Année universitaire 2008–2009

L1 STS : PHYSIQUE

Examen session 2

durée 2 heures

Exercice I : circuit RL

Un circuit électrique est constitué de deux dipôles en série : une bobine d'inductance pure $L = 1,5\,\mathrm{H}$ et une résistance $R = 3\,\Omega$. Il est alimenté par un générateur parfait de force électromotrice $e(t)$ (figure 1).

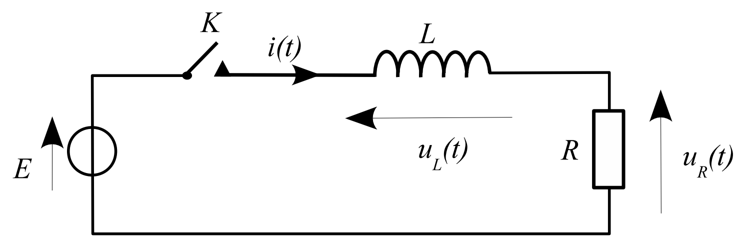

FIG. 1 – Circuit RL

I.1 Dans un premier temps, on utilise un générateur dont la force électromotrice est constante : $e(t) = E = 12\,\mathrm{V}$. On part d'une situation où l'interrupteur (K) est ouvert. À l'instant initial $t = 0$, on ferme l'interrupteur (K).

I.1.a Donner l'expression des tensions aux bornes des deux dipôles $u_L(t)$ et $u_R(t)$ en fonction du courant $i(t)$, de R et L.

I.1.b Montrer que la tension aux bornes de la résistance $u_R(t)$ satisfait à l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_R = \frac{E}{\tau}$$

I.1.c Calculer τ en précisant son unité dans le système international.

I.1.d Résoudre l'équation différentielle qui régit les variations de u_R. On déterminera d'abord la solution de l'équation homogène puis la solution particulière et enfin on donnera l'expression de la solution générale donnant u_R en fonction du temps. Déterminer la constante arbitraire sachant qu'à l'instant initial $i(t = 0) = 0$.

I.1.e Tracer l'allure de la courbe représentant les variations de la tension $u_R(t)$ en fonction du temps. Préciser la valeur de la tangente à l'origine et l' (les) asymptote(s). Calculer l'intensité I du courant dans le circuit au bout d'un temps très grand.

I.1.f La résistance est remplacée par une ampoule halogène de puissance électrique nominale $60\,\mathrm{W}$. Décrire ce que l'on observe quand on ferme le circuit.

I.2 On remplace maintenant le générateur de tension continue par générateur dont la force électromotrice est sinusoïdale de valeur efficace $E = 12\,\mathrm{V}$ et d'amplitude $E_M = 12 \times \sqrt{2} \simeq 17\,\mathrm{V}$: $e(t) = E_M \cos(\omega t + \varphi)$. On part d'une situation où l'interrupteur (K) est ouvert. À l'instant initial $t = 0$, on ferme l'interrupteur (K). On s'intéresse au régime permanent qui est atteint quand

toutes les grandeurs électriques sont sinusoïdales de même pulsation ω. On utilise le formalisme complexe et on pose : $\underline{e}(t) = \underline{E_M} e^{j\omega t}$, $\underline{i}(t) = \underline{I_M} e^{j\omega t}$ avec $j^2 = -1$. $\underline{E_M}$ est l'amplitude complexe de la tension et $\underline{I_M}$ est l'amplitude complexe du courant.
I.2.a Donner l'expression des tensions complexes, $\underline{u}_R(t)$ et $\underline{u}_L(t)$ en fonction de $\underline{I}$, L, R et ω.
I.2.b En déduire les expressions des impédances complexes $\underline{Z}_L$ et $\underline{Z}_R$ des dipôles L et R.
I.2.c Montrer que l'amplitude complexe de l'intensité s'écrit :

$$\underline{I_M} = \frac{\underline{E_M}}{R + jL\omega}$$

I.2.d Donner l'expression du module I_M de l'amplitude complexe de l'intensité. Calculer I_M quand la pulsation ω correspond à une fréquence $f = 50\,\mathrm{Hz}$.
I.2.e La résistance est de nouveau remplacée par une ampoule halogène de mêmes caractéristiques qu'à la question I.1.f. L'ampoule brille-t-elle autant que si elle était alimentée avec la tension continue E ?

Exercice II : Mise en orbite d'un satellite géostationnaire

Le 21 décembre 2005, la fusée Ariane 5 a procédé au lancement du satellite météorologique MétéoSat-9. Le satellite a dans un premier temps été placé par le lanceur sur une orbite circulaire basse à l'altitude $h_1 = 600\,\mathrm{km}$. Le satellite a ensuite été transféré sur son orbite géostationnaire circulaire à l'altitude $h_2 = 35800\,\mathrm{km}$ lors d'un transfert s'effectuant sur orbite elliptique dont le périgée P est sur l'orbite basse et l'apogée A sur l'orbite définitive géostationnaire (figure 2).

Dans cette étude, on se place dans le référentiel géocentrique $\mathcal{R}$ supposé galiléen. *Les données numériques utiles sont rassemblées à la fin de l'énoncé.*

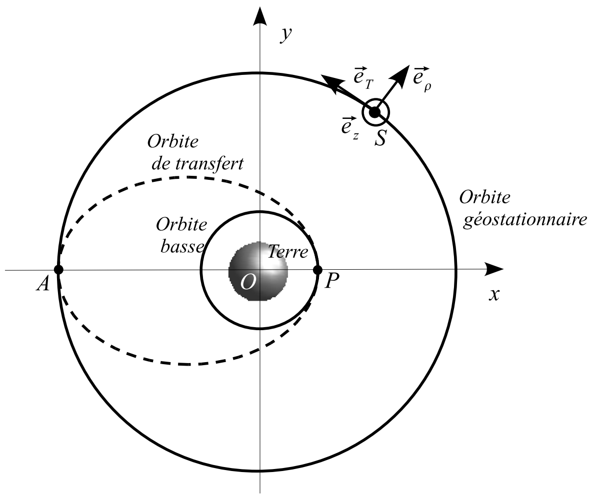

FIG. 2 – Schéma des orbites basse, de transfert et géostationnaire du satellite MétéoSat-9.

II.1. Donner l'expression du champ de gravitation terrestre à une altitude h en fonction de la masse de la Terre M_T, du rayon de la Terre R_T et de la constante de gravitation $\mathcal{G}$. Préciser son sens et sa direction.
II.2. Expliquez pourquoi la vitesse de rotation du satellite géostationnaire est constante et le plan de son orbite se trouve dans le plan de l'équateur. Calculer la période de révolution T_S du satellite MétéoSat-9 en unité du système international sur son orbite géostationnaire. Déterminer sa vitesse v_{S2} sur son orbite circulaire géostationnaire.

II.3. Donner l'expression de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique du satellite sur son orbite géostationnaire. Calculer son énergie mécanique E_{m2}. L'énergie potentielle sera choisie nulle infiniment loin de la Terre.
II.4. Donner l'expression générale des composantes de l'accélération $\overrightarrow{a_S}/\mathcal{R}$ du satellite dans la base cylindrique $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \overrightarrow{e_z})$ (dont l'axe Oz est confondu avec l'axe des pôles) dans le cas où la vitesse de rotation (ou vitesse anglaire) du satellite est constante (on ne supposera pas a priori que $\rho = \mathrm{Cste}$).
II.5. Donner dans cette même base les composantes de la force de gravitation exercée par la Terre sur le satellite. Retrouver le fait que si la vitesse de rotation du satellite $\dot{\varphi}$ est constante, l'orbite est circulaire.
II.6. Exprimer la vitesse v_S en fonction de son altitude h. Calculer la vitesse v_{S1} du satellite en orbite basse. La comparer à v_{S2}, vitesse du satellite sur l'orbite géostationnaire.
II.7. Calculer l'énergie mécanique E_{m1} du satellite en orbite basse. En déduire la valeur de l'énergie que le moteur orbital du satellite doit fournir lors du transfert de l'orbite basse à l'orbite géostationnaire.
II.8. Le moteur orbital émet un jet de gaz quand le satellite est au périgée P et à l'apogée A de l'orbite de transfert. Déterminer la durée totale de fonctionnement du moteur orbital lors du transfert sachant que la puissance constante fournie par le moteur orbital est $P = 100\,\mathrm{MW}$.
II.9. Une fois sa mission achevée, la masse du satellite sera divisée par 2 du fait de l'utilisation des moteurs de correction d'orbite. Météosat-9 sera alors envoyé sur son orbite cimetière située à $300\,\mathrm{km}$ au dessus de son orbite géostationnaire. Carburant, pile et système électrique seront alors désactivés. Quelle est l'énergie fournie par le moteur orbital lors de cette dernière phase. Quelle énergie faudrait-il fournir au satellite pour qu'il quitte l'attraction terrestre ?

Données :

- Constante de gravitation $\mathcal{G} = 6,67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$
- Masse de la Terre $M_T = 5,97 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$
- Rayon de la Terre $R_T = 6,37 \times 10^3\,\mathrm{km}$
- Période de révolution de la Terre $T_T = 23\,\mathrm{h}\ 56\,\mathrm{min}\ 04\,\mathrm{s}$ (un jour sidéral).
- Masse de MétéoSat-9 à son lancement : $m_S = 2,00 \times 10^3\,\mathrm{kg}$